حل المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية باستخدام طريقة تحويل لابلاس للتغاير التكراري

فاطمة محمد علي سليم أبولقاسم .
جامعة مصراته، كلية العلوم ،قسم الرياضيات
البريد الإلكتروني الجامعي f.salim@sci.misuratau.edu.ly
التسجيل في قاعدة البيانات f.salim@sci.misuratau.edu.ly

تاريخ الاستلام......16.12.2020 .... تاريخ القبول 26.12.2020........ ....تاريخ النشر 1.2.2021...........

الملخص

تشتمل هذه الدراسة ،على إيجاد حل تقريبي للمعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية من خلال الجمع بين طريقة تحليلية ممثلة في تحويل لابلاس، و طريقة شبه تحليلية ممثلة في طريقة التغاير التكراري، سميت هذه الطريقة بـ"طريقة لابلاس للتغاير التكراري "(LTVIM) ، وقد تحصلنا على الحل الفعلي للمسائل المدروسة من قيم تكرارية متعددة .

الكلمات المفاتيح: المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية، حل المعادلات التفاضلية الجزئية، تحويل لابلاس، طريقة التغاير التكراري (VIM) .

المقدمة The Introduction

تعتبر المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية ذات أهمية كبيرة لعالمنا المعاصر .

للظواهر غير الخطية تطبيقات مهمة في الفيزياء و الهندسة، لذلك رأينا العديد من الطرق التي طبقت لإيجاد حل هذه المعادلات ، من بينها: طريقة التفكيك لأدوميان (ADM) [2,7]، طريقة التغاير التكراري (VIM) [4,5,7]، طريقة الهوموتوبي (HPM) وهناك طرق مبنية على فكرة دمج الطريقتين معاً، وذلك لمعالجة بعض عيوب الطرق الاخرى، من هذه الطرق طريقة تحويل لابلاس والتفكيك لأدوميان (LTADM)، طريقة تحويل لابلاس للتغاير التكراري (LTVIM) [6,4] وغيرها .

في هذه الورقة، سوف نستخدم طريقة لابلاس للتغاير التكراري (LTVIM)، وهذه الطريقة مبنية على تطبيق تحويل لابلاس على المعادلة التفاضلية الجزئية مع التعويض بالشروط الابتدائية المعطاة، ثم إجراء تحويل لابلاس العكسي، ومن تم تطبيق طريقة التغاير التكراري لنحصل على قيم متتالية من الحلول تقترب الى الحل الفعلي $u(x,t)$.

و ثم توضيح هذه الطريقة بمجموعة من الامثلة .

1- تعاريف Definitions

تعريف (1-1) [1]

يعرف تحويل لابلاس للدالة $f(x,t)$ حيث $0 \le t < \infty$ على أنه

$$\ell\{f(x,t)\} = \int_0^\infty e^{-st} f(x,t)dt = F(x,s);\ \ s \in R^+$$

تعريف (2-1) [1]

يعرف تحويل لابلاس العكسي للدالة $F(x,s)$ على أنه مؤثر عكسي للمؤثر ℓ و يرمز له بالرمز ℓ^{-1}.

- **تحويل لابلاس للمشتقات** [1]

1) $$\ell\left\{\frac{\partial f(x,t)}{\partial t}\right\} = sF(x,s) - f(x,0)\ .$$

2) $$\ell\left\{\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}\right\} = s^2F(x,s) - sf(x,0) - \frac{\partial f(x,0)}{\partial t}$$

و هكذا تحويل لابلاس للمشتقة من الرتبة (n) يكون

$$\ell\left\{\frac{\partial^n f(x,t)}{\partial t^n}\right\} = s^n F(x,s) - s^{n-1} f(x,0) - \dots - \frac{\partial^{(n-2)} f(x,0)}{\partial t^{(n-2)}}$$

نظرية الالتفاف *convolution theorem* [1]

إذا كانت $\ell\{f(x,t)\} = F(x,s)$ ، $\ell\{g(x,t)\} = G(x,s)$ فإنَّ

$$\ell\{f(x,t) * g(x,t)\} = F(x,s)G(x,s)$$

أو بصورة مكافئة

$$\ell^{-1}\{F(x,s)G(x,s)\} = f(x,t) * g(x,t) = \int_0^t f(x,t-\tau)g(x,\tau)d\tau$$

2- طريقة لابلاس للتغاير التكراري (LTVIM)

لتوضيح فكرة طريقة لابلاس التكرارية أو طريقة لابلاس للتغاير التكراري، نأخذ في الإعتبار المعادلة التفاضلية الجزئية غير الخطية العامة التالية [6,4] :

$$Lu(x,t) + Nu(x,t) + N^* u(x,t) = g(x,t) \cdots (1-2)$$

مع الشروط الابتدائية

$$\left.\begin{aligned} u(x,0) &= h(x) \\ u_t(x,0) &= k(x) \end{aligned}\right\} \dots (2-2)$$

حيث L مؤثر تفاضلي خطي ، N مؤثر تفاضلي غير خطي، N^* مؤثر تفاضلي غير خطي يحتوي على حدود الالتفاف، $g(x,t)$ دالة تحليلية (حد عدم التجانس).

وفقاً لطريقة التغاير التكراري (VIM)، يمكن بناء دالة مصححة (Correction functional) كالتالي

$$u_{n+1} = u_n + \int_0^t \lambda(s)[Lu_n(x,s) + N\tilde{u}_n(x,s) - g(x,s)]ds \cdots (2-3)$$

حيث λ مضاعف لاجرانج (*Lagrange multiplier*) و يكون هنا $(\lambda = -1)$ ، و n ترمز التقريب، $\tilde{u}_n$ هي الاختلاف المقيد (*restricted variation*)، ذلك يعني أنّ $\delta\tilde{u}_n = 0$.[3,5,6,7]

المعادلة (2-3) تسمى الدالة المصححة لطريقة VIM، المتتالية التقريبية u_{n+1} للحل u يتم الحصول عليها من المعادلة (2-3) بناء على القيمة الابتدائية u_0 ، بذلك يكون $u = \lim_{n\to\infty} u_n$.

في هذا الورقة، نفرض أن ℓ مؤثر تفاضلي من الرتبة الثانية بالنسبة لـ t أي أنّ $L = \frac{\partial^2}{\partial t^2}$.

نأخذ تحويل لابلاس على المعادلة (1-2) لنحصل على

$$\ell\{Lu(x,t)\} + \ell\{Nu(x,t)\} + \ell\{N^* u(x,t)\} = \ell\{g(x,t)\} \dots (2-4)$$

المعادلة (2-4) تكون على الصورة

$$\ell\left\{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}\right\} = -\ell\{Nu(x,t)\} - \ell\{N^* u(x,t)\} + \ell\{g(x,t)\}$$

نستخدم تحويل لابلاس للمشتقة الثانية لنحصل على

$$s^2u(x,s)-su(x,0)-\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\ell\{g(x,t)\}-\ell\{Nu(x,t)\}-\ell\{N^*u(x,t)\}$$

نعوض بالشروط الابتدائية (2-3) في المعادلة الأخيرة فنحصل على

$$u(x,s)=\frac{1}{s}h(x)-\frac{1}{s^2}k(x)+\frac{1}{s^2}\ell\{g(x,t)\}$$

$$-\frac{1}{s^2}\ell\{Nu(x,t)\}-\frac{1}{s^2}\ell\{N^*u(x,t)\}\cdots(2-5)\}$$

نطبق تحويل لابلاس العكسي على المعادلة (2-5) لنحصل على

$$u(x,t)=h(x)+k(x)t+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{g(x,t)\}\right\}$$

يمكن كتابة هذه المعادلة على الصورة

$$u(x,t)=R(x,t)-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{Nu(x,t)\}\right\}$$

$$-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{N^*u(x,t)\}\right\}....(2-6)$$

حيث

$$R(x,t)=h(x)+k(x)t+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{g(x,t)\}\right\}$$

باشتقاق المعادلة (2-6) بالنسبة لـ t نحصل على

$$u_t(x,t)=R_t(x,t)-\frac{\partial}{\partial t}\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{Nu(x,t)\}\right\}$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{N^*u(x,t)\}\right\}$$

يمكننا إنشاء دالة مصححة جديدة للمعادلة الاخيرة كالتالي:

$$u_{n+1}(x,t)=u_n(x,t)-\int_0^t[(u_n(x,\tau))_\tau-R_\tau(x,\tau)-$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left\{\ell^{-1}\frac{1}{s^2}\ell\{Nu(x,\tau)\}\right\}-\frac{\partial}{\partial\tau}\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{N^*u(x,\tau)\}\right\}]d\tau$$

أو

$$u_{n+1}(x,t)=R(x,t)-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{Nu_n(x,t)\}\right\}$$

$$-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{N^*u_n(x,t)\}\right\}....(2-7)$$

الصيغة التكرارية (7-2) تمثل الدالة الجديدة المعدلة لطريقة لابلاس للتغاير التكراري .

وبذلك نحصل على متتالية من الحلول $u_n(x,t)$ و الحل للمعادلة (2-1) يكون $u(x,t)=\lim_{n\to\infty}u_n(x,t)$.

3- التطبيقات Applications

في هذا الجزء، نطبق طريقة لابلاس للتغاير التكراري لحل بعض مسائل القيم الابتدائية ذات المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية في الفيزياء .

مثال (1-3).[2]

أوجد حل معادلة كلاين غوردان غير الخطية

$$u_{tt}=u_{xx}+(u_x)^2-u^2\cdots(3-1)$$

مع الشروط الإبتدائية

$$\left.\begin{array}{l}u(x,0)=0\\ u_t(x,0)=e^x\end{array}\right\}\ldots(3-2)$$

الحل التحليلي هو $u(x,t)=e^x\sinh t$

الحل

بتطبيق تحويل لابلاس على المعادلة (3-1)

$$\ell\left(u_{tt}\right)=\ell\left(u_{xx}+\left(u_x\right)^2-u^2\right)$$

$$s^2u(x,s)-su(x,0)-u_t(x,0)=\ell\left(u_{xx}+\left(u_x\right)^2-u^2\right)$$

بالتعويض بالشروط الابتدائية (3-2)

$$u(x,s)=\frac{e^x}{s^2}+\frac{1}{s^2}\ell\left(u_{xx}+\left(u_x\right)^2-u^2\right)$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي نحصل على

$$u(x,t)=e^xt+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(u_{xx}+\left(u_x\right)^2-u^2\right)\right\}$$

بذلك يكون

$$u_0(x,t)=e^xt$$

$$u_{n+1}(x,t)=e^xt+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(\left(u_n\right)_{xx}+\left(\left(u_n\right)_x\right)^2-u_n^2\right)\right\};n=0,1,2\cdots$$

$$u_1(x,t)=e^xt+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(\left(u_0\right)_{xx}+\left(\left(u_0\right)_x\right)^2-u_0^2\right)\right\}$$

$$=e^xt+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(te^x\right)\right\}$$

$$=e^xt+e^x\,\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^4}\right\}=te^x+\frac{t^3}{3!}e^x$$

$$u_2(x,t)=e^xt+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(\left(u_1\right)_{xx}+\left(\left(u_1\right)_x\right)^2-u_1^2\right)\right\}$$

$$=e^xt+e^x\,\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(t+\frac{t^3}{3!}\right)\right\}$$

$$u_2=e^x\left[t+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^4}+\frac{1}{s^6}\right\}\right]$$

$$u_2=e^xt+\frac{t^3}{3!}e^x+\frac{t^5}{5!}e^x$$

وهكذا ، نجد أن

$$u_n = e^x\left(t+\frac{t^3}{3!}+\frac{t^5}{5!}+\cdots+\frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!}\right)$$

$$\blacksquare\ u(x,t)=\lim_{n\to\infty}u_n(x,t)=e^x\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^{2n+1}}{(2n+1)!}=e^x\sinh x$$

مثال (3-2) [6]

أوجد حل

$$u_{tt}-u_{xx}-u+u^2=xt+x^2t^2\cdots(3-3)$$

مع الشروط الإبتدائية

$$u(x,0)=1$$

$$u_t(x,0)=x$$

الحل الفعلي هو $(x,t)=x\,t+1$

الحل

$$u_{tt}=u_{xx}+u-u^2+xt+x^2t^2$$

نطبق تحويل لابلاس على المعادلة السابقة

$$\ell(u_{tt})=\ell(u_{xx}+u-u^2+xt+x^2t^2)$$

أي أن

$$s^2u(x,s)-su(x,0)-u_t(x,0)=$$

$$\ell(u_{xx}+u-u^2+xt+x^2t^2)$$

نعوض بالشروط الإبتدائية في المعادلة الأخيرة ، لنحصل على

$$u(x,s)=\frac{x}{s^2}+\frac{1}{s}+\frac{1}{s^2}\ell\left(u_{xx}+u+u^2+xt+x^2t^2\right)$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي ℓ^{-1} نجد أنّ

$$u(x,t)=xt+1+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(u_{xx}+u-u^2-+xt+x^2t^2\right)\right\}$$

بذلك نحصل على

$$u_0(x,t)=xt+1$$

لدينا العلاقة التكرارية التالية

$$u_{n+1}(x,t)=xt+1+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(\left(u_n\right)_{xx}+u_n-u_n^2+xt+x^2t^2\right)\right\};n=0,1,2\cdots$$

$$u_1(x,t)=xt+1+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(\left(u_0\right)_{xx}+\left(u_0\right)-u_0^2+xt+x^2t^2\right)\right\}$$

$$=xt+1+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(0+xt+1-(xt+1)^2+xt+x^2t^2\right)\right\}$$

$$u_1(x,t)=xt+1$$

وهكذا، نجد أن

$$u_n(x,t)=xt+1$$

$$u(x,t)=\lim_{n\to\infty}u_n(x,t)=xt+1 \quad \blacksquare$$

مثال (3-3) [6]

أوجد حل

$$u_{xx}-uu_{tt}=2-2\left(x^2+t^2\right)\cdots(3-4)$$

مع الشروط

$$u(x,0)=x^2$$

$$u_x(0,t)=0$$

$$u(0,t)=t^2$$

الحل الفعلي $u(x,t)=x^2+t^2$

الحل

بالنظر إلى المعادلة $(3-4)$ نجد أن الحد uu_{tt} يجعل المعادلة شاذة عند $u=0$، أيضاً الشروط ملائمة للمتغير x ، لذا نطبق تحويل لابلاس بالنسبة لـ x ، كالتالي :

$$u_{xx}=uu_{tt}+2-2\left(x^2+t^2\right)$$

$$\ell\{u_{xx}\}=\ell\left\{uu_{tt}+2-2\left(x^2+t^2\right)\right\}$$

نستخدم تحويل لابلاس للمشتقة الثانية

$$s^2u(s,t)-su(0,t)-u_x(0,t)$$

$$=\ell\left(uu_{tt}+2-2(x^2+t^2)\right)$$

نعوض بالشروط المعطاة في المسألة ، و نرتب المعادلة الأخيرة ، لنحصل على

$$u(s,t)=\frac{1}{s}t^2+\frac{1}{s^2}\ell\left(uu_{tt}+2-2\left(x^2+t^2\right)\right)$$

$$u(s,t)=\frac{1}{s}t^2+\frac{1}{s^2}\ell\{2\}+\frac{1}{s^2}\ell\left(uu_{tt}-2\left(x^2+t^2\right)\right)$$

$$=\frac{1}{s}t^2+\frac{2}{s^3}+\frac{1}{s^2}\ell\left(uu_{tt}-2\left(x^2+t^2\right)\right)$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي ℓ^{-1} نحصل على

$$u(x,t)=x^2+t^2+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(uu_{tt}-2\left(x^2+t^2\right)\right)\right\}$$

و بالتالي

$$u_0(x,t)=x^2+t^2$$

و العلاقة التكرارية تكون

$$u_{n+1}(x,t)=x^2+t^2+$$

$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(u_n\left(u_n\right)_{tt}-2\left(x^2+t^2\right)\right)\right\};n=0,1,\cdots$$

$$u_1(x,t)=x^2+t^2$$
$$+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(u_0\left(u_0\right)_{tt}-2\left(x^2+t^2\right)\right)\right\}$$
$$=x^2+t^2$$
$$+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(2\left(x^2+t^2\right)-2\left(x^2+t^2\right)\right)\right\}$$
$$u_1(x,t)=x^2+t^2$$

وهكذا ، نجد أن $u_n(x,t)=x^2+t^2$

■ $u(x,t)=\lim_{n\to\infty}u_n(x,t)=x^2+t^2$

مثال (3-4)

أوجد حل

$$u_{tt}+2u_xu_t=0\cdots(3-5)$$

مع الشروط الإبتدائية

$$u(x,0)=u_t(x,0)=-x$$

الحل الفعلي $u(x,t)=\dfrac{x}{t-1}$

الحل

$$u_{tt}=-2u_xu_t$$

نأخذ تحويل لابلاس لطرفي المعادلة السابقة

$$\ell\{u_{tt}\}=-2\ell\{u_xu_t\}$$
$$s^2u(x,s)-su(x,0)-u_t(x,0)$$
$$=-2\ell\left(u_xu_t\right)$$

نعوض بالشروط الابتدائية، فنحصل على

$$u(x,s)=\frac{-x}{s}-\frac{x}{s^2}-\frac{2}{s^2}\ell\left(u_xu_t\right)$$

بأخذ تحويل لابلاس العكسي نجد أنّ

$$u(x,t)=-x-xt-2\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(u_xu_t\right)\right\}$$

لدينا $u_0(x,t)=-x-t$

والعلاقة التكرارية

$$u_{n+1}(x,t)=-x-xt-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left((u_n)_x(u_n)_t\right)\right\}$$
$$;n=0,1,2\cdots$$

و منها نحصل على

$$u_1(x,t)=-x-xt-2\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(x+xt\right)\right\}$$
$$u_1(x,t)=-x-xt-xt^2-\frac{1}{3}xt^3$$
$$u_2(x,t)=-x-xt-$$
$$\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left(x+3xt+4xt^2+\frac{10}{3}xt^3+\frac{5}{3}xt^4+\frac{1}{3}xt^5\right)\right\}$$

$$u_2(x,t)=-x-xt-xt^2-xt^3-\frac{2}{3}xt^4-\frac{1}{3}xt^5-\frac{1}{9}xt^6-\frac{1}{21}xt^7$$

وبالاستمرار، لنحصل على

$$u(x,t)=-x(1+t+t^2+\cdots)$$

■ $u(x,t)=\dfrac{x}{t-1}$

مثال (3-5)

أوجد حل المعادلة التفاضلية

$$u_{tt}-u_{xx}+u_t*(u_{tt})^2-2u_t*u_{tt}=2$$

مع الشروط الابتدائية

$$u(x,0)=u_t(x,0)=0$$

الحل

بتطبيق تحويل لابلاس على المعادلة التفاضلية المعطاة والتعويض بالشروط الابتدائية، وترتيب المعادلة، نحصل على

$$u(x,s)=\frac{2}{s^3}-\frac{1}{s^2}\ell\left\{u_t*(u_{tt})^2-2u_t*u_{tt}\right\}+\frac{1}{s^2}\ell\left\{u_{xx}\right\}$$

بأخذ لابلاس العكسي لطرفي المعادلة السابقة، نحصل على

$$u(x,t)=t^2-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left\{u_t*(u_{tt})^2-2u_t*u_{tt}\right\}\right\}$$
$$+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left\{u_{xx}\right\}\right\}$$

أي أن $u_0(x,t)=t^2$

والعلاقة التكرارية تكون

$$u_{n+1}(x,t)=t^2-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left\{(u_n)_t*((u_n)_{tt})^2-2(u_n)_t*(u_n)_{tt}\right\}\right\}$$
$$+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\left\{(u_n)_{xx}\right\}\right\}$$
$$u_1(x,t)=t^2-\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{0\}\right\}+\ell^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\ell\{0\}\right\}=t^2$$

فنجد أن $u_n(x,t)=t^2$

والحل يكون $u(x,t)=\lim_{n\to\infty}u_n(x,t)=t^2$ ■

الخلاصة Summary

تُقترح طريقة الجمع بين تحويل لابلاس و طريقة التغاير التكراري لحل معادلة تفاضلية جزئية خطية و غير خطية، حيث يتم الحصول على الحل التحليلي في حدود متسلسلات متقاربة، ايضا يتم تطبيق هذه الطريقة بسهولة بصورة مباشرة دون استخدام الخطية، ويتم تنفيذها بنجاح باستخدام الشروط الابتدائية، لكنها قد تفشل في حالة المعادلات التفاضلية الشاذة .

المراجع References

[1] د. رمضان محمد جهيمة، د. أحمد هب الريح، "المعادلات التفاضلية العادية"، الطبعة الاولى، دار الكتب الجديدة المتحدة، 2017.

[2]آلاء محمد حقي ، بزلنت صبري مطّيط ، "الحل العددي لبعض النماذج الهامة من المعادلات التفاضلية الجزئية باستخدام طرائق تقريبية تحليلية (ADM-VIM)" نشر في جامعة البعث(مقالة)، 2016 .

[3] L.Ahma Soltion ,Ahmad Shirzodi ,"A new modification of the variational Iterration

Method",computers & Mathematics with Application ,Vol (59) ,lssues ,pp 2528-2535 ,2010. https:// doi.org // 10.1016 / j .camwa .2010 .01 .012.

[**4**] L-H.He and X.H.Wa ," variational Iteretion Method new development and application", computers & Mathematics with Application ,Vol(59).no.7-8 ,pp .88-894 ,2007 .

[**5**] S.A.Khuri and sayfy ," A Laplace Variational Iteration strategy for the solution of differential equations ", Applied Mathematics Letters ,Vol(25) ,no 12 ,pp .2298-2305 ,2012 .
View at :publisher site /Google scholar /Zentrablatt MATH /Mathscinet .

[**6**] Eman M .A .Hilal ,Tarig M .Elzaki "Solution of Nonlinear Partial Differential Equations by New Laplace Transform Variational Iteration Method" ,Journal of Function Spaces, 2014, Article ,ID790714 , 5 pages ,2014 .
https:// doi.org // 10.1155 / 2014/ 790714

[**7**] Necdet Bildik, Ali Konuralp "The use of Variational Iteration Method, Differential Transform Method and Adomian Decomposition Method for Solving Different Types of Nonlinear Partial Differential Equations" ,Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, Vol7, 2014 ,Article, pp. 65-70 ,2006 .

Solution of the Nonlinear Partial Differential Equations By using Laplace Transform-Variational Iteration Method (LTVIM)

* Fatma Mohamed Ali Salim Abulgasem.

- *Fatma Mohamed Ali Salim Abulgasem had masters degree in Mathematics in Faculty of Science, Misurata University, Libya, Email: sfatma 979@ gmail.com.*

Abstract

The aim of this research is to find an approximate solution for Nonlinear partial differential equations by using a method that results from the collection of an analytical method represented in the Laplace transform in addition to a semi-analytical method represented by the method of Variational Iteration , this method is called "the Laplace Variational Iteration method" . And we have gotten the exact solution from multiple Iteration.

Key words: Nonlinear partial differential equations, Solution of partial Differential equation, Laplace transform, Variational Iteration method (VIM)